

# 1- علاقات اساسية:

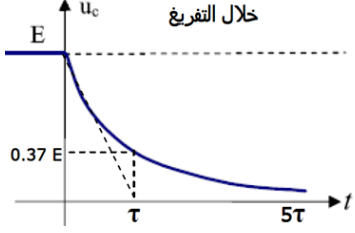
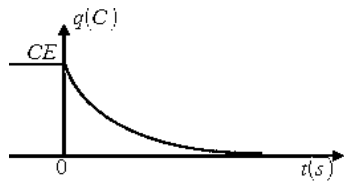
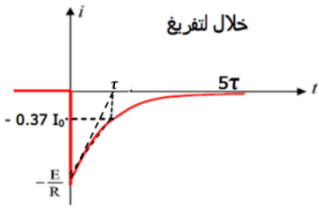

<p>( E , r )</p>	<p>( E , r = 0 )</p>
$U_{AB} = E - r I$ مولد م	$U_{AB} = E$ مولد مثالي

$C = C_1 + C_2 + C_3$	الربط على التوازي	$q = u_C C$	الشحنة
$C = \epsilon \frac{S}{d}$	سعة المكثفة:	$i = \frac{dq}{dt}$	التيار: حالة مولد توتر
$u_R = Ri$	قانون اوم للنقل الاومي:	$i = \frac{q}{t}$	التيار: حالة مولد تيار
$\tau = RC$	ثابت الزمن :	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	الربط على التسلسل

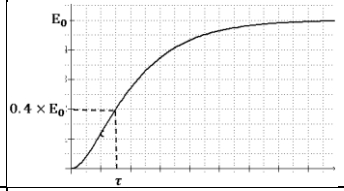
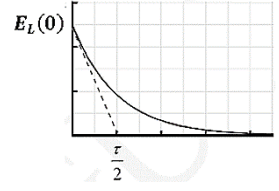
## 2- المعادلات التفاضلية خلال الشحن:

المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
$u_C$	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + u_C = E$ $\Rightarrow R \frac{dq}{dt} + u_C = E$ $\Rightarrow R \frac{d(u_C C)}{dt} + u_C = E$ $\Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$	$u_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$	
$q$	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + u_C = E$ $\Rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow RC \frac{dq}{dt} + q = EC$	$q = Q_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ $q = EC \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$	
$i$	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow \frac{R di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow \frac{R di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$ $\Rightarrow RC \frac{di}{dt} + i = 0$	$i = i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$	
$u_R$	$u_R + u_C = E$ $\Rightarrow u_R + \frac{q}{C} = E$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{Cdt} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$	$u_R = E e^{-\frac{t}{RC}}$	

### 3- المعادلات التفاضلية خلال التفريغ:

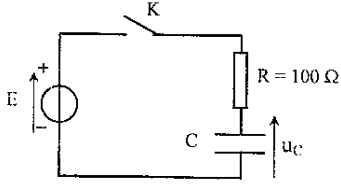
المقدار	المعادلة التفاضلية	حلها	البيان
$u_C$	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + u_C = 0$ $\Rightarrow R \frac{dq}{dt} + u_C = 0$ $\Rightarrow R \frac{d(u_C C)}{dt} + u_C = 0$ $\Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$	$u_C = E e^{-\frac{t}{\tau}}$	<p>خلال التفريغ</p> 
$q$	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + u_C = 0$ $\Rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow RC \frac{dq}{dt} + q = 0$	$q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $q = EC e^{-\frac{t}{\tau}}$	
$i$	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow \frac{R di}{dt} + \frac{dq}{C dt} = 0$ $\Rightarrow \frac{R di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$ $\Rightarrow RC \frac{di}{dt} + i = 0$	$i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ $i = -i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$	<p>خلال لتفريغ</p> 
$u_R$	$u_R + u_C = 0$ $\Rightarrow u_R + \frac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{dq}{C dt} = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$ $\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$	$u_R = -E e^{-\frac{t}{RC}}$	<p>خلال التفريغ</p> 

### 4- الطاقة المخزنة في المكثفة:

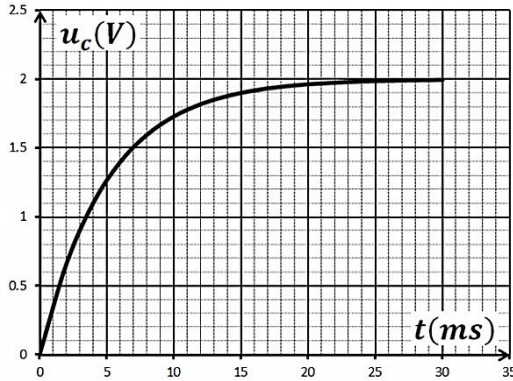
$t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right)$		$E_{(C)} = \frac{1}{2} q u_C$ $E_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C E^2 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2$ $E_{max} = \frac{1}{2} C E^2$	خلال الشحن:
$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2} \ln 2$		$E_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$	خلال التفريغ:

## التمرين 1: بكالوريا علوم تجريبية 2015

نحقق التركيبية الكهربائية الموضحة بالشكل حيث المولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$ . يسمح جهاز اعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة بمتابعة التطور الزمني للتوتر الكهربائي المطبق بين طرفي المكثفة .



المكثفة في البداية فارغة. عند اللحظة  $t = 0$  نغلق القاطعة  $K$  ونباشر عملية المتابعة، فيعطي الحاسوب المنحنى البياني  $u_C(t) = f(t)$  المبين في الشكل:



1- في غياب الحاسوب، ما هو الجهاز البديل الممكن استخدامه للقيام بعملية المتابعة؟

2- أعد رسم المخطط الدارة وبين عليها طريقة توصيل هذا الجهاز بالدارة

لمتابعة تطور التوتر الكهربائي  $u_C(t)$ .

3- بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي  $u_C(t)$ .

4- تحقق أن العبارة:  $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  هي حل للمعادلة التفاضلية .

5- بين أن  $u_C(\tau) = 0.63E$ ، ثم حدد بيانيا قيمة كلا من  $E$  و  $\tau$ .

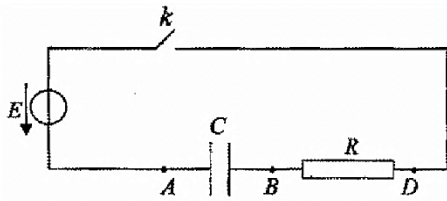
6- استنتج سعة المكثفة  $C$ .

## التمرين 2:

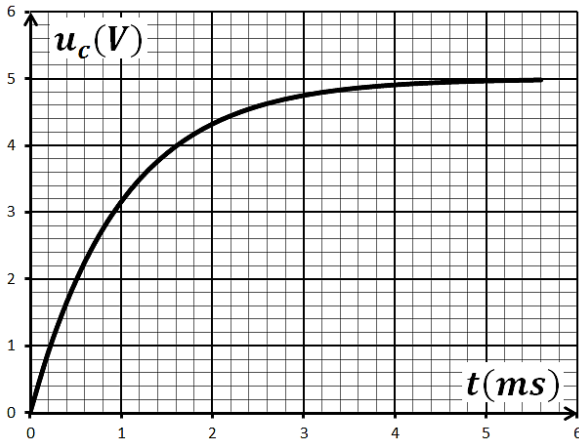
نحقق دارة كهربائية كما في الشكل تتكون من :

- ناقل اومي مقاومته  $R = 100\Omega$  . - قاطعة - مكثفة سعتها  $C$ .

- مولد كهربائي توتره ثابت  $E = 5V$  .



نوصل الدارة بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة فتحصلنا على المنحنى البياني كما في الشكل:



1- ما هي شحنة كل من اللبوسين  $A$  و  $B$  .

2- بين كيفية توصيل راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على البيان.

3- اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة  $u_C$ .

4- حل هذه المعادلة من الشكل:  $u_C = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$  حيث  $A$  و  $B$  و  $\tau$

ثوابت يطلب تعيين عبارتها.

5- عرف ثابت الزمن  $\tau$  وعين قيمته، استنتج سعة المكثفة  $C$  .

6- احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

7- بواسطة تجهيز مناسب غير من المسافة التي تفصل بين لبوسين المكثفة .

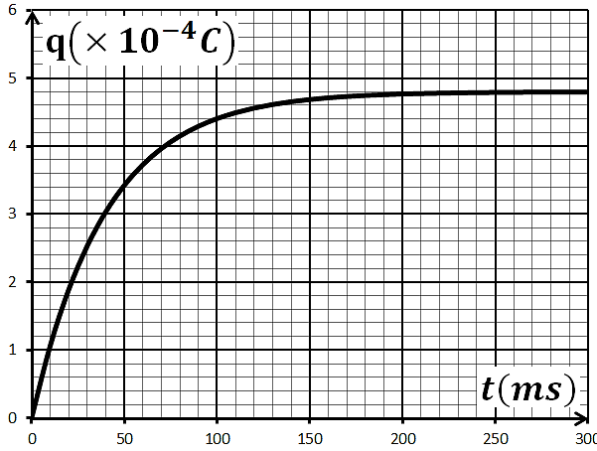
أ- من بين العبارات التالية اختر العبارة التي تعبر عن سعة المكثفة:  $C = \frac{S}{\epsilon d}$  ،  $C = \epsilon \frac{S}{d}$  ،  $C = \epsilon \frac{d}{S}$

حيث:  $S$  مساحة سطح اللبوس،  $d$  المسافة بين اللبوسين،  $\epsilon$  ثابت يميز العازل.

ب - ارسم كيفيا مع المنحنى السابق البيان الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز في حالة تقريب اللبوسين بمقدار النصف.

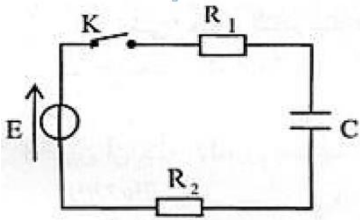
### التمرين 3: بكالوريا علوم تجريبية 2013

تتكون دائرة كهربائية على التسلسل من: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$ ، ناقل اومي مقاومته  $R = 1k\Omega$  ومكثفة سعتها  $C$  وقاطعة  $K$ . نغلق القاطعة  $K$  في اللحظة  $t = 0$ .

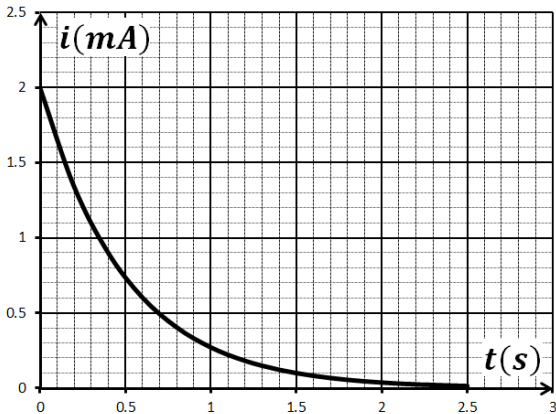


- 1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار والتوتر الكهربائيين .
- 2- جد المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة  $q(t)$  خلال شحن المكثفة .
- 3- حل المعادلة السابقة يعطى بالشكل:  $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ 
  - جد عبارة كلا من  $A$  و  $B$  و  $\alpha$  .
- 4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة  $q(t)$  بدلالة الزمن  $t$ :
  - أ- استنتج بيانيا قيمة  $\tau$  ثابت الزمن , ثم احسب سعة المكثفة .
  - ب- استنتج قيمة  $E$  القوة المحركة الكهربائية للمولد .
  - ج- احسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة  $t = 200ms$  .

### التمرين 4: باك رياضيات 2016

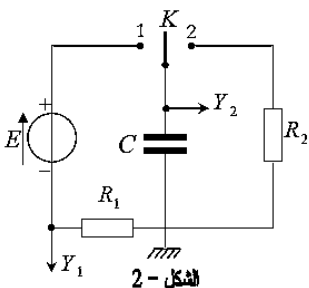


تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وامكانية استغلالها عند الحاجة. لدراسة هذه الخاصية نربط مكثفة غير مشحونة سعتها  $C$  على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية: مولد كهربائي للتوتر الثابت  $E$ ، قاطعة  $K$  وناقلين اوميين مقاومتهما:  $R_1 = 1k\Omega$  و  $R_2 = 4k\Omega$ . نغلق القاطعة في اللحظة  $t = 0$ :



- 1- أ- أعط تفسيراً مجهرياً للظاهرة التي تحدث في المكثفة.
  - ب - بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للشدة  $i(t)$  للتيار الكهربائي المار في الدارة .
  - ج - للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل:  $i(t) = \alpha e^{-\beta t}$  ، جد عبارتي الثابتين  $\alpha$  و  $\beta$  بدلالة  $E$  ،  $C$  ،  $R_2$  ،  $R_1$  .
- 2- بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدائرة وبواجهة دخول لجهاز الاعلام الالي نحصل على منحنى تطور الشدة  $i(t)$  لتيار الكهربائي.
- 3- اعتمادا على البيان اوجد قيمة كلا من : ثابت الزمن  $\tau$  للدائرة ، سعة المكثفة  $C$  ، التوتر الكهربائي  $E$  .
- 4- اعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة  $E_c(t)$  واحسب قيمتها العظمى .

### التمرين 5: بكالوريا علوم 2014



تتكون الدارة الكهربائية في الشكل المقابل من مولد كهربائي  $E$  ، مكثفة سعتها  $C$  ، ناقلين اوميين مقاومتهما:  $R_1 = 1K\Omega$  و  $R_2 = 2K\Omega$  و بادلة  $K$  . توصل الدارة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين  $Y_1$  و  $Y_2$  .

1- نضع البادلة  $K$  في الوضع 1 , ماذا يمثل المنحنيان المشاهدان بالمدخلين  $Y_1$  و  $Y_2$  لرسم الاهتزاز المهبطي؟

2- يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيان  $(a)$  و  $(b)$  .

أ- ما هو المنحنى المعطى بالمدخل  $Y_1$  ؟ برر اجابتك.

- اكتب المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور المقدار الفيزيائي الذي يمثله هذا المنحنى .

ب- حدد قيمة ثابت الزمن  $\tau_1$  للدارة .

3- حدد قيمة كلا من  $E$  و  $C$  .

4- احسب شدة التيار  $i(t)$  في اللحظة  $t = 0$  وفي اللحظة  $t \geq 0.6s$  .

5- بعد نهاية شحن المكثفة نضع البادلة في الوضع 2 في لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة .

أ- احسب قيمة  $\tau_2$  للدارة في هذه الحالة و قارنها بـ  $\tau_1$  , ماذا تستنتج ؟

ب- احسب قيمة الطاقة الكهربائية المحولة في الناقل الاومي  $R_2$  بفعل جول في اللحظة  $t = \tau_2$  .

### التمرين 6:

الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر ثابت  $E$  , مكثفة

سعتها  $C$  . ناقلان أوميان مقاومتهما  $R_1 = 1k\Omega$  ,  $R_2 = 4k\Omega$  , القاطعة  $K$

1- حدد جهة التيار الكهربائي والتوترات على الدارة .

2- حدد جهة حاملات الشحنة مبينا طبيعتها.

3- اذكر ثلاث اجهزة يمكننا من قياس التوترات في الدارة .

4- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من

$$\frac{dq}{dt} + \alpha q + \beta = 0$$

الشكل: - استنتج عبارة كل من  $\alpha, \beta$  .

5- بالتحليل البعدي حدد وحدة ثابت الزمن  $\tau$  :

• باستعمال عبارة  $\tau$  .

• باستعمال المعادلة التفاضلية.

6- الشكل يمثل تغيرات  $\frac{dq}{dt}$  بدلالة، بالاعتماد عليه أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن  $\tau$  .

ب- سعة المكثفة  $C$

ج- التوتر الكهربائي بين طرفي المولد  $E$  .

7- أ- اكتب عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

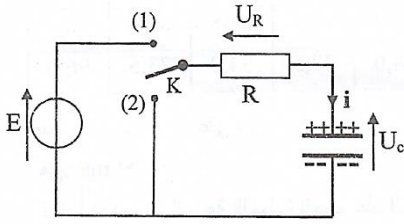
ب - احسب  $E_0$  الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

ج- حدد بدلالة  $\tau$  الزمن الذي تصبح فيه الطاقة المخزنة في المكثفة:  $\frac{E_0}{2}$  ثم احسب قيمته.

د- توقع شكل كافي للطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.

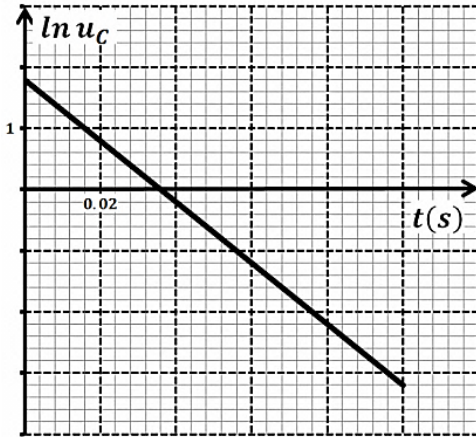
## التمرين 7: باك علوم تجريبية 2016

لغرض دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل.



تتكون هذه الدارة من مولد للتوتر الثابت  $E$  ، ناقل اومي مقاومته  $R = 10k\Omega$  ، مكثفة سعتها  $C$  وبادلة  $K$  .

نضع البادلة في الوضع (1) الى غاية بلوغ النظام الدائم ، ثم نغير البادلة الى الوضع (2) في اللحظة  $t = 0$  .



1- ما هي اشارة التيار الكهربائي المبين في الشكل؟ عل.

2- بين ان المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي  $u_C$  بين طرفي المكثفة

$$u_C + \frac{1}{\alpha} \times \frac{du_C}{dt} = 0$$

3- اذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل:  $u_C = Ae^{-\alpha t}$  ، أوجد عبارتي

الثابتين  $A$  و  $\alpha$  بدلالة  $R$  ،  $C$  و  $E$  .

4- يمثل الشكل تغيرات  $\ln u_C$  بدلالة الزمن  $t$  .

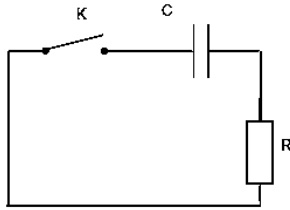
أ- استنتج بيانيا عبارة الدالة  $\ln u_C = f(t)$  .

ب- بالمطابقة بين العلاقة النظرية الموافقة للمنحنى، استنتج قيم كلا من  $\alpha$  ،  $C$  و  $E$  .

5- احسب الطاقة المحولة الى الناقل الاومي عند اللحظة  $t = 2.5\tau$  ، ماذا تستنتج ؟

## التمرين 8 : بكالوريا رياضيات 2013

مكثفة سعتها  $C$  شحنت كلياً تحت توتر ثابت :  $E = 12V$  . لمعرفة سعتها  $C$  نحقق الدارة



الكهربائية حيث :  $R = 1k\Omega$  .

1- نغلق القاطعة  $K$  في اللحظة  $t = 0$  .

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي  $u_C(t)$  .

ب- حل المعادلة السابقة يعطى من الشكل  $u_C(t) = Ae^{\alpha t}$  ، حيث  $A$  و  $\alpha$  ثابتان يطلب تعيين عبارتهما .

2- اكتب العبارة اللحظية  $E_C(t)$  للطاقة المخزنة في المكثفة .

3- الشكل يمثل تطور  $E_C(t)$  الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

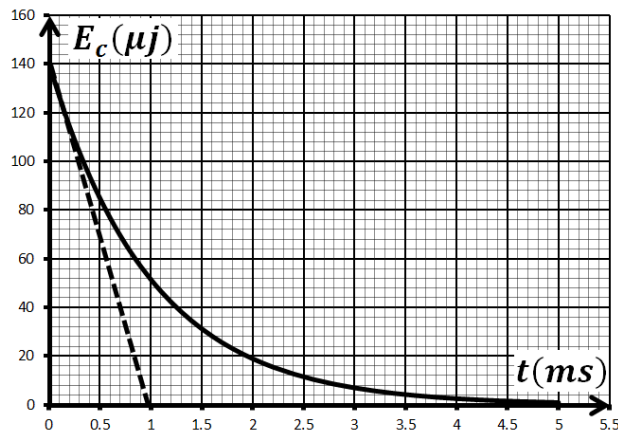
أ- استنتج قيمة  $E_C(0)$  الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة.

ب- بين أن المماس للمنحنى في اللحظة  $t = 0ms$  يقطع محور

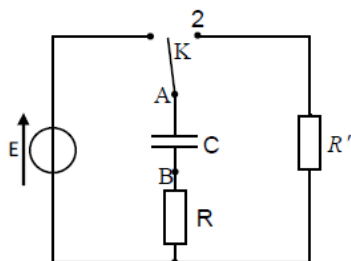
$$t = \frac{\tau}{2}$$

ج- احسب  $\tau$  ثابت الزمن، ثم استنتج سعة المكثفة  $C$  .

4- اثبت ان زمن تناقص الطاقة للنصف هو  $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$  .



## التمرين 9: بكالوريا رياضيات 2009



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز:

\* مكثفة سعتها  $C$  غير مشحونة. \* ناقلين اوميين مقاومتها  $R = R' = 470\Omega$ .

\* مولد ذي توتر ثابت  $E$ . \* بادلة  $K$ . \* اسلاك توصيل.

1- نضع البادلة في الوضع -1- في اللحظة  $t = 0$ :

أ- بين على الشكل جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين  $u_R$  و  $u_C$ .

ب- عبر عن  $u_R$  و  $u_C$  بدلالة شحنة المكثفة  $q = q_A$  ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q$ .

ج- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل  $q_A = A(1 - e^{-\alpha t})$ ، عبر عن  $A$  و  $\alpha$  بدلالة  $C$ ،  $R$  و  $E$ .

د- إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة  $5V$ ، استنتج قيمة  $E$ .

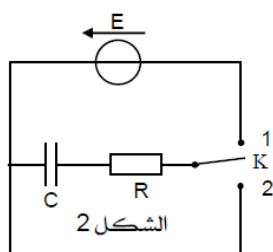
هـ- عندما تشحن المكثفة كلياً تخزن طاقة قدرها  $E_C = 5mJ$ . استنتج قيمة سعة المكثفة  $C$ .

2- نجعل البادلة في الوضع -2-:

أ- ماذا يحدث للمكثفة؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين -1- و -2- للبادلة  $K$ .

## التمرين 10: بكالوريا رياضيات 2010



بغرض شحن مكثفة فارغة سعتها  $C$ ، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي توتره ثابت  $E = 5V$  ومقاومته الداخلية مهملة.

- اقل اومي مقاومته  $R = 120\Omega$  - بادلة  $K$ .

لمتابعة تطور التوتر الكهربائي  $u_C$  بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن، نوصل مقياس فولط متر رقمي بين طرفي المكثفة وفي

اللحظة  $t = 0$  نضع البادلة في الوضع -1-، بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط متر الرقمي لمدة معينة،

وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$u_C(V)$	0	1	2	3.3	3.8	4.1	4.5	4.8	4.9	5	5	5

1- أ- رسم البيان  $u_C = f(t)$ .

ب- عين بيانياً قيمة ثابت الزمن  $\tau$  لثنائي القطب  $RC$  واستنتج قيمة السعة  $C$  للمكثفة.

2- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن في الحالتين:

- الحالة -أ- من اجل مكثفة سعتها  $C^>$  حيث  $C^> > C$  و  $R = 120\Omega$ .

- الحالة -ب- من اجل  $C^<$  حيث  $C^< < C$  و  $R^< < 120\Omega$ .

• ارسم كيفياً في نفس المعلم المنحنيين -1- و -2- المعبرين عن  $u_C$  في الحالتين -أ- و -ب- السابقتين.

3- أ- بين ان المعادلة التفاضلية المعبرة عن  $q(t)$  تعطى بالعلاقة:  $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$



ب- يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة  $q_A = Ae^{\alpha t} + \beta$  حيث  $A$  ،  $\beta$  و  $\alpha$  ثوابت يطلب تعيينها.

4- المكثفة مشحونة، نضع البادلة في الوضع -2- في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة.

أ- احسب في اللحظة  $t = 0$  الطاقة الكهربائية المخزنة  $E_0$  في المكثفة.

ب- ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة  $E = \frac{E_0}{2}$ .

### التمرين 11: باك علوم تجريبية 2016

تتألف الدارة الكهربائية المبينة في الشكل من مكثفة فارغة سعتها  $C = 100nF$  ، ناقل اومي مقاومته  $R = 10k\Omega$  ، مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية  $E = 5V$  وبادلة  $K$ .

I. نضع البادلة في الوضع (1) بغية شحن المكثفة .

1- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ومثل بسهم كلا من التوترين

الكهربائيين  $u_{AB}$  و  $u_{BD}$  .

2- باستعمال قانون جمع التوترات الكهربائية ، جد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي

$u_{BD}(t)$  بين طرفي المكثفة .

3- المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل  $u_{BD}(t) = E + Ae^{-bt}$  . جد عبارة كل من الثابتين  $A$  و  $b$  .

4- اعط عبارة ثابت الزمن للدارة المدروسة ، ماذا يمثل عمليا ؟ احسب قيمته .

5- بين على الشكل كيفية ربط راسم اهتزاز مهبطي لمشاهدة تطور التوتر  $u_{BD}(t)$  ، ثم مثل شكلا تقريبا لـ  $u_{BD} = f(t)$  .

II. بعد شحن المكثفة كليا نضع البادلة في الوضع (2) .

1- احسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في بداية التفريغ وعلى أي شكل تستهلك في الدارة ؟

2- بعد تفريغ المكثفة كليا ، نربط معها مكثفة أخرى سعتها  $C'$  ثم نعيد البادلة في الوضع (1) .

أ- كيف يجب ربطها مع المكثفة السابقة حتى تكون قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في مجموع المكثفتين عند نهاية الشحن

$3.75 \times 10^{-6} \text{ joules}$  ؟ برر اجابتك .

$$1nF = 10^{-9}F$$

ب - ما هي قيمة سعتها  $C'$  ؟

### التمرين 12: بكالوريا رياضيات 2015

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية.

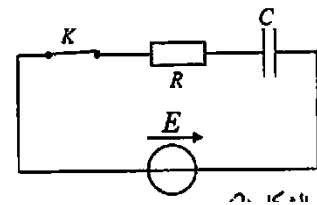
بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا، نحقق التركيب الموضح بالشكل حيث

$R = 100 \Omega$  والمولد ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$ .

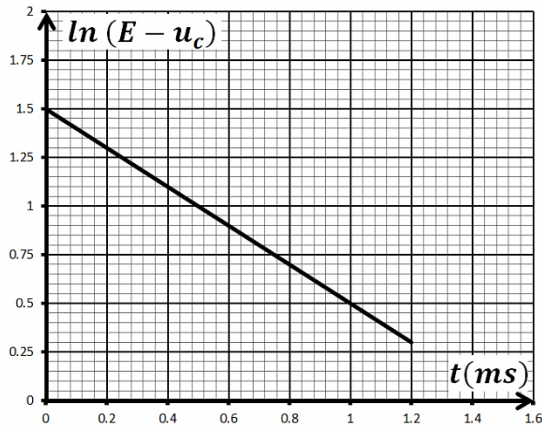
1- أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي.

2- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C(t)$  بين طرفي المكثفة.

3- بين ان العبارة  $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  هي حلا للمعادلة التفاضلية ، حيث  $A$  و  $\tau$  ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.







4- بين ان  $\ln(E - u_c) = -\frac{1}{\tau}t + \ln E$  .

5- بيان الشكل يمثل تغيرات  $\ln(E - u_c)$  بدلالة الزمن . استنتج من البيان :

أ- قيمة القوة المحركة الكهربائية  $E$  .

ب- قيمة ثابت الزمن  $\tau$  وسعة المكثفة  $C$  .

6- أ- تكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة  $E_C(t)$  .

ب - نرسم —  $E_C(\tau)$  للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة  $t = \tau$

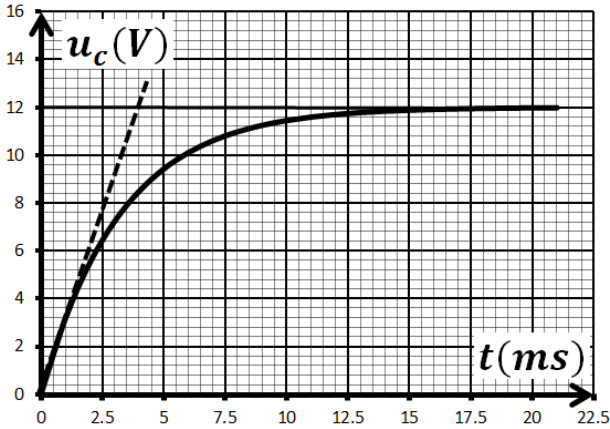
وبـ  $E_C(\infty)$  للطاقة العظمى .

- احسب النسبة  $\frac{E_C(\tau)}{E_C(\infty)}$  .

7- كيف يتم ربط مكثفة سعتها  $C'$  مع المكثفة السابقة بحيث يأخذ ثابت الزمن القيمة  $\tau' = \frac{\tau}{4}$  ؟ احسب قيمة  $C'$  .

التمرين 13: باك علوم تجريبية 2016

نريد دراسة تأثير مقاومة ناقل اومي على تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة  $u_c(t)$  ، باستخدام راسم اهتزاز بذاكرة . من اجل ذلك نحقق دائرة كهربائية تتألف من العناصر التالية مربوطة على التسلسل: مكثفة فارغة سعتها  $C$  قيمتها مجهولة ، ناقل اومي مقاومته متغيرة  $R$  ، مولد ذي توتر ثابت  $E$  ، قاطعة  $K$  .



1- ارسم مخطط الدارة موضحا كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي

لمتابعة تطور التوتر بين طرفي كل من : المكثفة والمولد .

2- نغلق القاطعة  $K$  في اللحظة  $t = 0$  . من اجل قيمة معينة لمقاومة

الناقل الاومي  $R = R_1$  ، يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين

الموضحين في الشكل المقابل :

أ- جد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تطور التوتر الكهربائي بين

طرفي المكثفة .

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل :  $u_c(t) = A(1 - e^{-Bt})$  . جد عبارة كلا من :  $A$  و  $B$  واحسب قيمتهما

بالاستعانة ببيان الشكل-3.

ج- انقل الشكل الى ورقة الاجابة ومثل عليه كيفيا  $u_c = f(t)$  من اجل  $R > R_1$  .

3- نغير من قيمة  $R$  مقاومة الناقل الاومي ونحسب ثابت الزمن  $\tau$  الموافق ، باستخدام

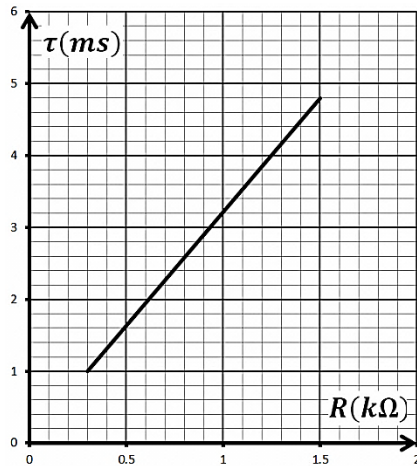
برمجية مناسبة حصلنا على المنحنى البياني الموضح في الشكل المقابل .

أ- بالاعتماد على منحنىي الشكلين ، استنتج سعة المكثفة  $C$  و  $R_1$  مقاومة الناقل

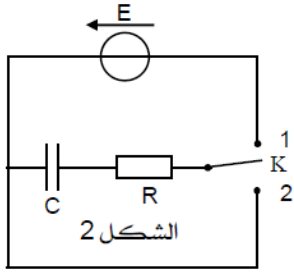
الاومي .

ب- في الحقيقة المكثفة السابقة مكافئة لمكثفتين سعتيهما  $C_1 = 1\mu F$  و  $C_2$  مجهولة

القيمة مربوطتين ربطا مجهولا . بين كيفية الربط واستنتج قيمة  $C_2$  .



## التمرين 14:



بهدف تحديد المقاومة الداخلية لعمود كهربائي نحقق الدارة الكهربائية المكونة من:

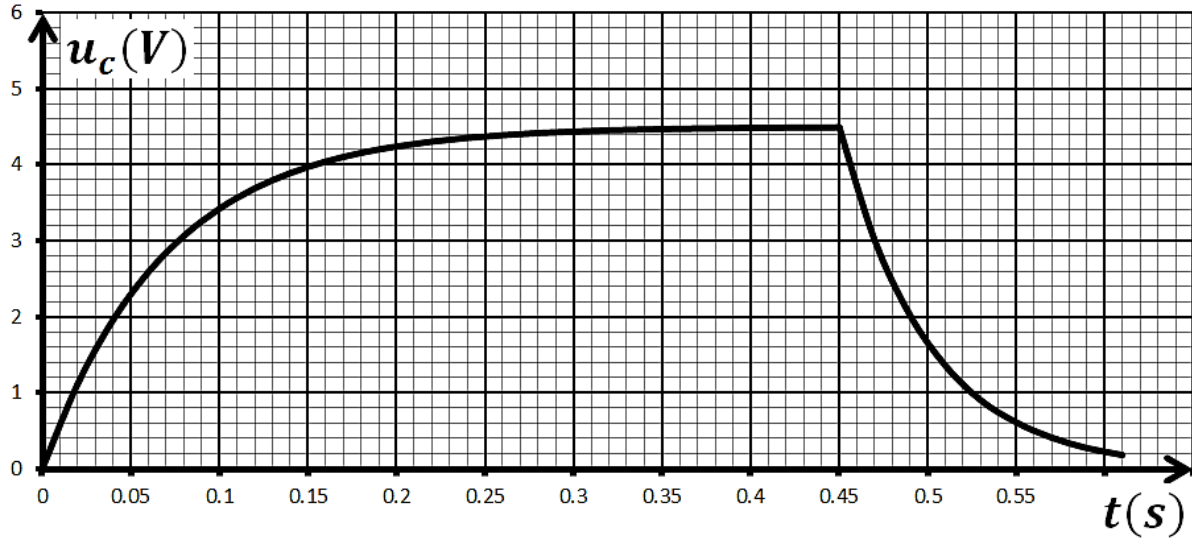
- عمود كهربائي قوته المحركة  $E = 4.5V$  ومقاومته الداخلية  $r$ .

- ناقل اومي:  $R$  . - مكثفة سعتها:  $C = 0.01F$  . - بادلة  $K$  .

في البداية المكثفة غير مشحونة في اللحظة  $t = 0$  البادلة في الوضع 1 ثم في اللحظة

$t = 0.45s$  تصبح في الوضع 2 , بواسطة جهاز  $ExAo$  تمكنا من الحصول على منحنى التوتر  $u_c(t)$  بين طرفي المكثفة بدلالة

الزمن .



i. دراسة عملية الشحن:

1- ما هو الجهاز الاخر الذي يسمح بالحصول على المنحنى السابق وكيف يتم توصيله ؟

2- اوجد المعادلة التفاضلية للتوتر  $u_c$  .

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعلاقة:  $u_c = \frac{A}{B}(1 - e^{-Bt})$  , أوجد عبارة كلا من  $A$  و  $B$  .

4- عرف ثابت الزمن  $\tau$  وحدد وحدته بطريقتين.

5- ما هي الطرق الاربعة التي تمكن من حساب ثابت الزمن  $\tau$  واختر واحدة منها لتحديد قيمته ؟

6- احسب الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة  $E_{c0}$  .

ii. دراسة عملية التفريغ:

1- احسب ثابت الزمن  $\tau'$  في حالة التفريغ.

2- أثبت أن قيمة المقاومة الداخلية للعمود تعطى بالعلاقة:  $r = \frac{\tau - \tau'}{C}$  ثم احسب قيمتها.

3- احسب قيمة  $R$  , لماذا استعملنا ناقل اومي ذو مقاومة صغيرة في الدارة ؟

4- عبارة التوتر بين طرفي المكثفة هي:  $u_c = Ee^{-\frac{t-0.45}{\tau'}}$  , بين ان  $E_R$  عبارة الطاقة المحولة الى الناقل الاومي في لحظة ما

هي :

$$E_R = E_{c0} \left( 1 - e^{-\frac{2(t-0.45)}{\tau'}} \right)$$

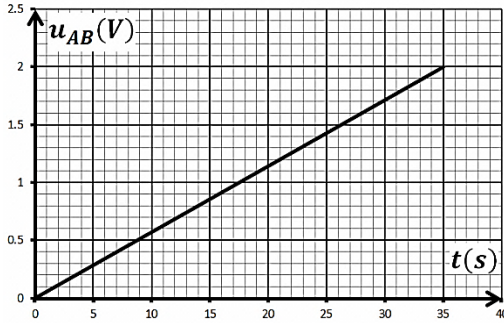
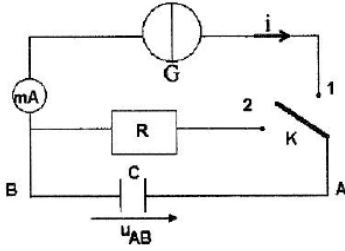
- احسب الطاقة المحولة الى الناقل الاومي في اللحظة  $t = 0.5s$  .

## التمرين 15: بكالوريا 2012 - تقني رياضي

اقترح استاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة  $C$  بطريقتين مختلفتين :

- الطريقة الاولى : شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت .
- الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل اومي .

لهذا الغرض نحقق التركيب المقابل :



- 1- المكثفة في البداية فارغة. نضع في اللحظة  $t = 0s$  البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة بالمولد  $G$  الذي يعطي تيارا ثابتا  $i = 0.31mA$  وبواسطة جهاز  $ExAO$  تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر  $u_{AB}$  بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن  $t$  .

أ- أعط عبارة التوتر  $u_{AB}$  بدلالة شدة التيار  $i$  المار في الدارة وسعة المكثفة  $C$  والزمن  $t$

ب- جد قيمة سعة المكثفة  $C$  .

- 1- عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساويا الى القيمة  $U_0 = 1.6V$  نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد  $t = 0s$  يتم تفريغ المكثفة في ناقل اومي مقاومته  $R = 1K\Omega$  .

- أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها  $u_{AB}$  . علما أن حلها  $u_{AB} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  .
- ب- أثناء التفريغ سمح جهاز  $ExAO$  من متابعة تطور التوتر الكهربائي  $u_{AB}$  بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن  $t$  . بواسطة برمجية مناسبة تمكنا من الحصول على المنحنى البياني المقابل: جد قيمة ثابت الزمن  $\tau$  ثم استنتج قيمة سعة المكثفة  $C$  .

## التمرين 16:

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز :

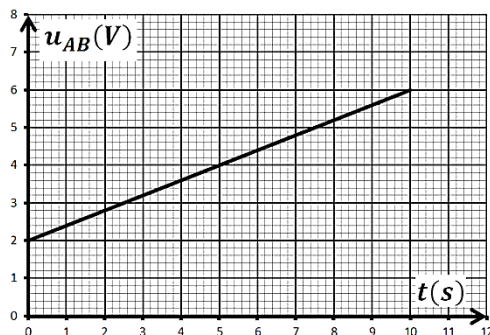
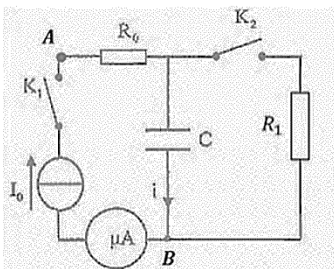
\* مكثفة سعتها  $C$  غير مشحونة.

\* ناقلين اوميين  $R_0$  و  $R_1$

\* مولد يعطي تيارا ثابتا  $I_0 = 4\mu A$  .

\* قاطعة  $K_1$  و  $K_2$  .

\* اسلاك توصيل، أمبير متر .



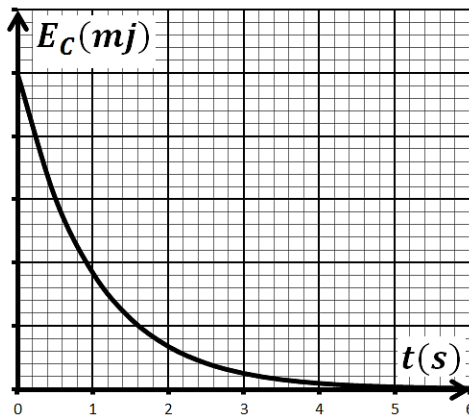
- 1- القاطعة  $K_2$  مفتوحة، في لحظة نعتبرها  $t = 0$  نغلق القاطعة  $K_1$  ، بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة نتابع التوتر الكهربائي فنحصل على البيان المقابل: اعتمادا على البيان حدد قيمة:

أ- قيمة مقاومة الناقل الاومي  $R_0$  .

ب- سعة المكثفة .

- ج- ما هي قيمة التوتر الذي يسجله راسم الاهتزاز المهبطي عندما يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة  $u_0 = 10V$  .

2- عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة  $u_0 = 10V$  نفتح القاطعة  $K_1$  ثم نغلق  $K_2$  .



أ- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة  $u_C(t)$  .

ب- تأكد ان العبارة  $u_C(t) = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  حلا للمعادلة التفاضلية.

ج- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة.

د- البيان يمثل تغيرات الطاقة المخزنة بدلالة الزمن:

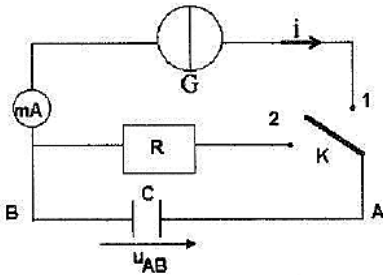
- حدد من البيان ثابت الزمن  $\tau$  ثم استنتج قيمة  $R_1$  .

- البيان ينقصه سلم الرسم، عينه مع التعليل.

هـ- احسب الطاقة المستهلكة من طرف  $R_1$  عند اللحظة  $t = 0.05s$  حسابيا وبيانيا.

### التمرين 17:

في حصة الاعمال المخبرية ، اقترح الاستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثل في الشكل



لدراسة ثنائي القطب  $RC$  .

تتكون الدارة من العناصر التالية:

\* مولد يعطي تيارا ثابتا  $i = 0.15mA$  . \* مكثفة غير مشحونة سعتها  $C$  .

\* ناقل اومي مقاومته  $R = 1k\Omega$  . \* بادلة  $K$  .

i. نجعل البادلة في الوضع -1 ، البيان المقابل يمثل تغيرات الشحنة المخزنة في المكثفة بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفيها.

أ- احسب سعة المكثفة  $C$  .

ب- احسب مدة شحن المكثفة علما أن التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية

عملية الشحن  $u_0 = 15V$  .

ii. عند نهاية عملية الشحن نضع البادلة في الوضع -2 :

1- كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي  $u_{AB}$  ؟

2- بين ان المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها :

$$(R_1 + R_2)C \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

3- حل المعادلة التفاضلية هو:  $u_{AB} = \alpha e^{\beta t}$  ، أوجد عبارة كلا من  $\alpha$  و  $\beta$  .

4- أعط عبارة  $\tau$  الثابت المميز للدارة ، وبين أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات ثم احسب قيمته.

5- نريد أن يصبح زمن التفريغ ضعف قيمته، لذلك نربط مكثفة ثانية مع المكثفة السابقة.

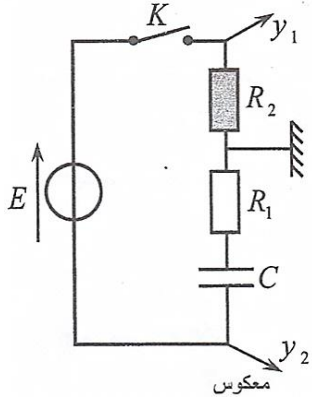
- هل يتم ربط المكثفة على التسلسل أو التوازي ؟

- احسب سعة المكثفة الثانية .

## التمرين 18: باك علوم تجريبية 2016 بتصريف

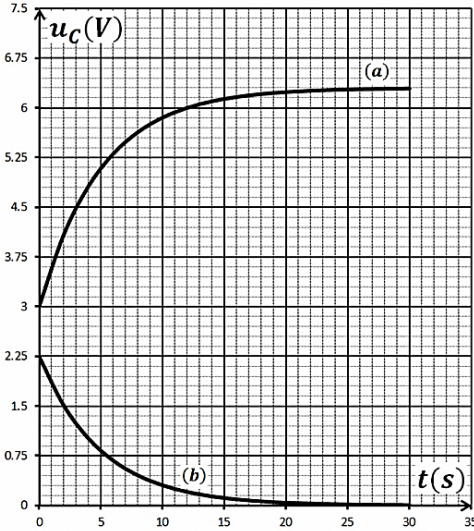
نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل والمؤلفة من:

- مولد كهربائي للتوتر الثابت  $E$ .
- مكثفة غير مشحونة سعتها  $C$ .
- ناقلين أوميين مقاومتيهما :  $R_1 = 1k\Omega$  ،  $R_2$  غير معلومة .
- قاطعة كهربائية  $K$ .



نوصل الدارة الكهربائية براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة كما هو موضح على الشكل ثم نغلق

القاطعة  $K$  في اللحظة  $t = 0$  ، فنشاهد على الشاشة المنحنيين (a) و (b) .

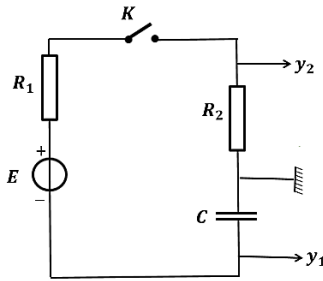


- 1- ارفق لكل منحنى المدخل الموافق له مع التعليل.
- 2- اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي  $u_C$  بين طرفي المكثفة.
- 3- باستعمال قانون جمع التوترات أوجد عبارة الشدة  $I_0$  للتيار الاعظمي المار في الدارة .
- 4- استنتج عند اللحظة  $t = 0$  عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي  $R_2$  بدلالة  $E$  ،  $R_1$  و  $R_2$  اعتمادا على البيانيين، استنتج قيمة كلا من  $E$  ،  $I_0$  ،  $R_2$  و  $C$  .
- 5- احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

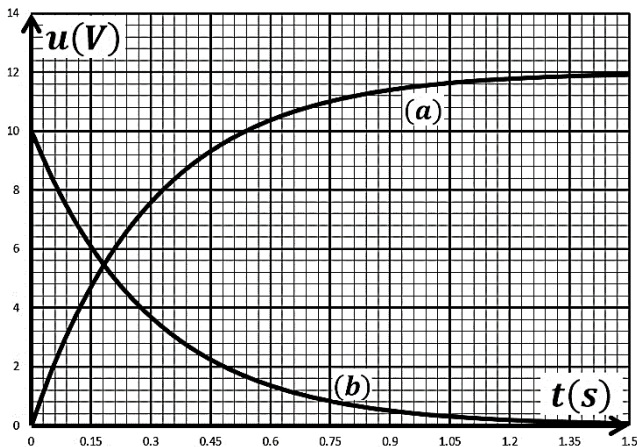
## التمرين 19:

نحقق الدارة الكهربائية كما في الشكل المكونة من:

- مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية  $E$  .
- ناقلين أوميين :  $R_2 = 500\Omega$  ،  $R_1$  مجهولة .
- مكثفة سعتها  $C$  .
- قاطعة  $K$  .



في اللحظة  $t = 0$  نغلق القاطعة  $K$  بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على البيانيين في الشكل:



- 1- أ- وضح على الدارة جهة التوترات وجهة التيار الكهربائي المار بها.
- ب- حدد لكل منحنى التوتر الكهربائي الموافق له مع التعليل.
- 2- بتطبيق قانون جمع التوترات اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر  $u_{R_2}$  بين طرفي  $R_2$  .



3- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:  $u_{R_2} = Ae^{-Bt}$  حيث  $A$  و  $B$  ثابت يطلب ايجاد عبارتها بدلالة:  $R_1$  ،

$E$  ،  $R_2$  ،  $C$  .

4- عرف ثابت الزمن  $\tau$  ثم عين قيمته بيانيا .

5- بالاستعانة بالبيانين حدد كلا من:  $R_1$  ،  $E$  ،  $C$  .

6- احسب الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة .

7- أوجد زمن وصول طاقة المكثفة الى النصف .

التمرين 20: من باك المغرب 2016

تعتبر الدارة RC من بين الدارات الكهربائية المستعملة في التراكيب الالكترونية لمجموعة من الاجهزة الكهربائية .

نحقق الدارة المبينة في الشكل:

- مولد مثالي للتوتر قدرته المحركة الكهربائية .

- مكثفتان سعاتهما  $C_1$  و  $C_2 = 2\mu F$  .

- ناقل اومي مقاومته  $R = 3k\Omega$  .

- قاطعة K .

نضع البادلة في الوضع (1) :

1- بين ان سعة المكثفة المكافئة تكتب بالشكل:  $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$  .

2- بين المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_{C_2}$  بين طرفي المكثفة  $C_2$  هي:

$$\frac{du_{C_2}}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_{C_2} = \frac{E}{RC_2}$$

3- حل المعادلة هو:  $u_{C_2}(t) = A(1 - e^{\alpha t})$  ، اوجد عبارتي كلا من  $A$  و

$\alpha$  .

4- الشكل يمثل تغيرات التوترات  $u_{C_2}(t)$  و  $u_R(t)$  :

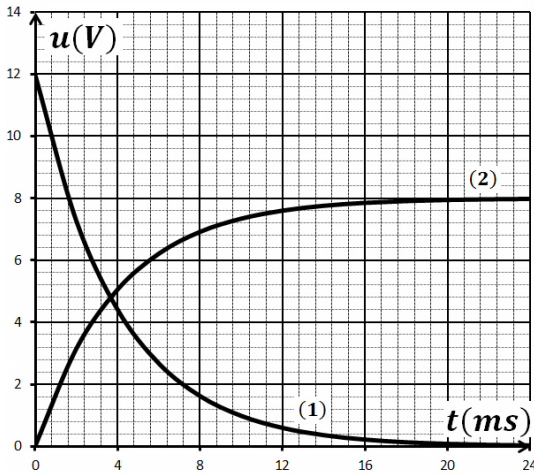
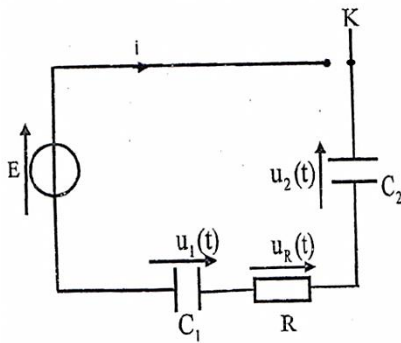
أ- حدد المنحنى الموافق لكل توتر مع التعليل .

ب- حدد قيمة كلا من  $E$  و  $\tau$  ثابت الزمن المميز للدارة .

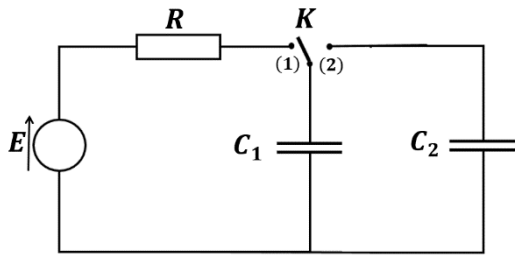
ج- التوترات  $u_{C_{2f}}$  و  $u_{C_{1f}}$  في النظام الدائم .

د- سعة المكثفة  $C_1$  .

هـ- الطاقة العظمى المخزنة في المكثفة  $C_1$  .



## التمرين 21:



في الشكل تتكون الدارة الكهربائية من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$ .

- ناقل اومي مقاومته  $R = 1k\Omega$ .

- مكثفتين:  $C_1$  و  $C_2 = 200\mu F$  - بادلة  $K$ .

**I.** نضع البادلة في الوضع -1- في لحظة نعتبرها:  $t = 0$  بواسطة تجهيز مدعم بالحاسوب تمكنا من الحصول على

البيان في الشكل الممثل لتغيرات  $u_R$  بدلالة الزمن.

1- مثل على مخطط الدارة جهة التوترات وجهة التيار الكهربائي.

2- عين على مخطط الدارة شحنة كل لبوس.

3- بين كيفية توصيل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر

بين طرفي الناقل الاومي والمولد.

4- اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي

المكثفة  $u_{C_1}$ .

- تأكد ان العبارة  $u_{C_1}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  حلا لها.

- استنتج العبارة الزمنية  $u_R(t)$ .

5- أ- استنتج بيانيا قيمة كلا من  $E$  و  $\tau$ .

ب - استنتج سعة المكثفة  $C_1$ .

6- احسب قيمتي الشحنة والطاقة المخزنة في المكثفة  $C_1$  عند نهاية الشحن.

**II.** نضع البادلة في الوضع -2- فيتشكل تيار انتقالي سريع حتى يحدث التوازن بين المكثفتين ويصبح  $u_{C_1} = u_{C_2}$ ,

وتتوزع الشحنة الكلية على المكثفين حيث:  $Q_0 = q_{C_1} + q_{C_2}$ .

1- اكتب العلاقة التي تربط بين  $q_{C_1}$ ،  $q_{C_2}$ ،  $C_1$  و  $C_2$ .

2- احسب قيمة الشحنة التي تحتويها كل مكثفة.

3- استنتج قيمة التوتر الجديد بين طرفي المكثفتين.

4- احسب الطاقة المخزنة في المكثفتين واستنتج مقدار الطاقة الضائعة وفي أي شكل فقدت؟

